

# 資優數學課程教案－SOMA 立方塊篇

- ◎ 教學領域：數學
- ◎ 教學主題：SOMA 立方塊組合與記錄
- ◎ 核心目標：培養空間能力（教育部，課程綱要－數學領域）
- ◎ 次領域：社會領域
- ◎ 教學對象：高年級，一般智能優異學生或數學性向資優學生
- ◎ 教學節次：4 節
- ◎ 設計者：臺中市豐原區瑞穗國小 郭宗明教師

## 課程設計理念概述

1. 呼應學生現行九年一貫數學課程中幾何學習部分－階段二（四年級~五年級），結合「數」與「形」的概念學習運用幾何形體的構成要素（如角、邊、面）及數量性質（如角度、邊長、面積）；階段三（六年級~七年級）：「透過分割、截補、變換操作與拼合，來瞭解形體性質與非形式化推理，由立體模型的拼摺，來培養空間能力與視覺推理」。
2. 因應一般課程對於大部分資賦優異學生而言較為簡單，難滿足資優生學習需求。因此，結合SOMA立方塊設計一系列相關「立體幾何」的充實課程，以滿足資優學生相關學習需求。
3. 整合社會學習領域，請學生蒐集各地代表性建築物。透過團體合作，組合出創造性的SOMA立方塊圖形。

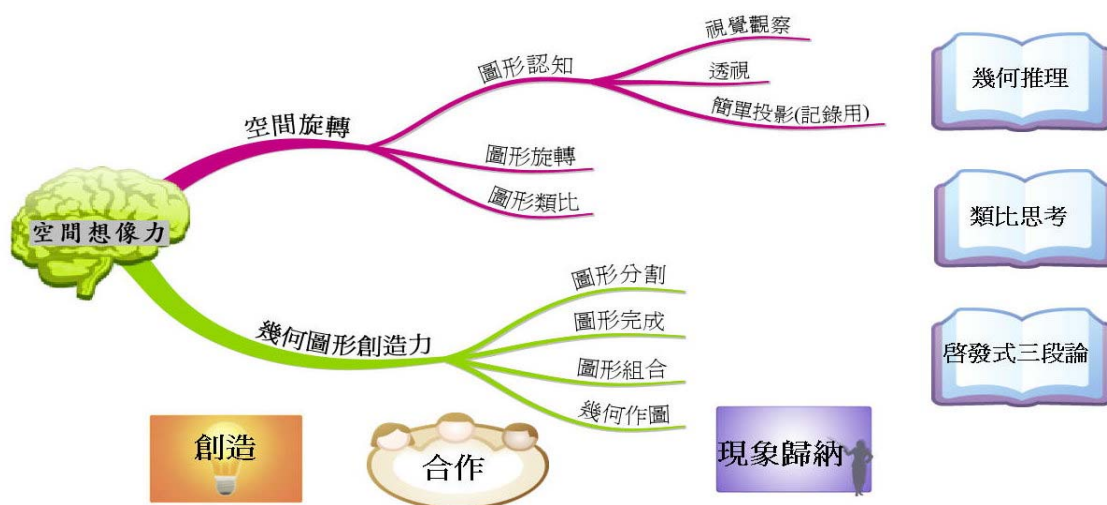
## 學生能力分析

1. 依照九年一貫數學學習領域能力指標，學生已具備先前階段之大部分能力。階段一（一至三年級）：能辨識、分類、探索與操作幾何形體，指認其幾何要素。階段二（四至五年級）：學童數與量漸趨成熟，學習運用形體的構成要素（角、邊、面）與數量性質（角度、邊長、面積）。
2. 國內學者吳德邦、馬秀蘭、李懿芳(，2007)在「編製吳－馬－李氏van Hiele 立體幾何思考層次測驗之歷程」探討臺中地區學童立體幾何思考層次指出：高年級的學童在van Hiele立體幾何思考特徵大部分皆達到層次二。

該研究所指的層次二：學生以構成要素和經驗的形體種類建立的性質、組成之間的關連性的方式來分析形體，並且使用性質來解決問題(吳德邦;馬秀蘭;李懿芳,2007)。資優學生的認知特質中，其思考能力發展超越其生理年齡(吳昆壽,2009)。因此學生真實認知能力意可能達到層次三－學生有系統的說明並使用定義，對於先前發現的性質給予非形式化的論點。

## 教學內容簡介

### 一、課程學習概念：



### 二、課程安排

	課程內容	主要學習概念	節次
第二堂	組件編碼與小組件組合	簡單圖形分割與圖形完成、組合	2
第三堂	方塊成果記錄	投影與透視圖（視覺觀察+推理）	1
第四堂	正立方體原理	從平面（記錄紙）歸納空間特性	1

### 區分性特徵指標

區分性教學特徵（J. VanTassel-Baska）

<p><b>1. 加速</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■1-1 盡量減少旨在精熟能力指標的作業</li> <li>■1-2 在教學前/初，針對「能力指標」評量(註 1)</li> <li>■1-3 利用高層思考技能，讓學生精熟一組能力指標</li> </ul>	<p><b>4. 挑戰</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■4-1 讓學生利用進階的資源</li> <li>■4-2 採用複雜的知識內容激發學生</li> <li>■4-3 要求跨學科領域的應用</li> <li>■4-4 要求明確推理</li> </ul>
<p><b>2. 複雜</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■2-1 讓學生應用多種高層次技能</li> <li>■2-2 讓學生在探究學習中加入更多變項</li> <li>■2-3 要求學生應用多樣化的資源</li> </ul>	<p><b>5. 創造</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■5-1 根據某一套原理或標準進行設計或建構</li> <li>■5-2 給予學生各種替代性的選擇</li> <li>■5-3 向真實觀眾進行口頭或書面溝通</li> </ul>
<p><b>3. 加深</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■3-1 讓學生在多元的應用中探究概念</li> <li>■3-2 引導學生進行原創性的研究</li> <li>■3-3 讓學生開發產品</li> </ul>	<p><b>6. 抽象</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■6-1 在領域內或跨領域間，應用大概念進行連結</li> <li>■6-2 讓學生自行類推（概化）出大概念</li> <li>■6-3 運用大概念連結某一主題內的小概念</li> </ul>

註 1：可採用空間旋轉能力相關測驗與電腦化幾何圖形創造力評量

## 教學目標

### (一) 認知目標：

#### **1. 能了解索瑪立方塊的基本構成**

- 1-1 能瞭解索瑪立方塊由來
- 1-2 能瞭解一組索瑪立方塊由 27 個單位正立方體構成
- 1-3 能了解索瑪立方塊由 4 個以內凹多面體構成的
- 1-4 能了解索瑪立方塊有 7 個組件
- 1-5 能了解各組件翻轉後的型態
- 1-6 能了解各組件顏色與英文編碼關係
- 1-7 能了解各組件數字編碼

#### **2. 能使用思考或推理策略解決問題**

- 2-1 能做圖形的類比思考
- 2-2 能利用歸納法或演繹法思考問題
- 2-3 能使用 Polya 問題解決四步驟思考問題(Polya, 1956)
- 2-4 能利用啟發式三段論提高問題解決能力(Polya, 1956)
- 2-5 能使用觀察法進行幾何創造力與推理
- 2-6 能使用舊經驗進行幾何創造力與推理
- 2-7 能使用數與量進行幾何創造力與推理
- 2-8 能使「假設」進行幾何創造力與推理
- 2-9 能認識自己喜愛的城市建築之特性
- 2-10 能用創造出有意義的 soma 立方塊圖形

#### **3. 能簡單歸納索瑪立方塊構成正立方體的特性**

- 3-1 能知道正方體有六個面、八個頂點、12 條邊
- 3-2 能了解「編號 3」組件所佔住的角落(頂點) 對於能否拼成正立方體的影響
- 3-3 能從實物操作中發現圖形翻轉後正立方體各組件的關係
- 3-4 能從平面(記錄紙)中發現構成正立方體的特性
- 3-5 能認識數學家歸納 soma 立方塊構成正立方體的方法

### (二) 技能目標：

#### **4. 能動手製作一副索瑪立方塊**

- 4-1 能黏合出四個以內凹多面體
- 4-2 能將各組件依照 Conway 的建議塗色(Berlekamp、Conway、Guy, 2004)

#### **5. 能組合出索瑪立方塊**

- 5-1 能利用策略組合成正立方體
- 5-2 能利用策略組成非正立方體
- 5-3 能將索瑪立方塊紀錄紙上的圖形組合出來
- 5-4 能利用舊經驗組合出新圖形

5-5 能利用 soma 立方塊創造出有意義的圖形

#### **6.能紀錄索瑪立方塊的構成**

6-1 能使用國際通用編碼紀錄索瑪立方塊(正立方體)

6-2 能使用國際通用編碼紀錄索瑪立方塊(非正立方體)

#### **(三) 情意目標：**

#### **7.培養學生對三維空間學習動機**

7-1 透過 soma 立方塊學習可以啟發對於空間概念學習的興趣

7-2 透過 soma 立方塊學習可以增加解決空間概念學習的成就感

#### **8.培養學生團體合作的默契**

8-1 能在兩人合作的問題中與另一人溝通、協調以完成目標

8-2 能在團體(2 人以上)的問題中與其他人溝通、協調以完成目標

第二堂(80分，二節)－組件編碼與小組件組合			
活動內容與流程	教具與資源	時間	指標
<b>壹、準備活動</b> 一、請學生發表類比思考聯想七塊組件的形狀像什麼?? 例如：3號長的像頒獎台	PPT 自編講義 Soma 立方塊	20分	2-1
<b>貳、發展活動</b> 二、從形狀延伸至各個組件的編號(Gardner，2008) (一)從顏色配合英文字母 (二)從數字編碼	PPT 自編講義 Soma 立方塊	10分	1-6 1-7
<b>參、綜合活動</b> <b>三、小組件組合</b> (一)小組件組合 1.選取兩片組件合成 2.選取三片組件合成	PPT 自編講義 Soma 立方塊	10分	5-2 2-5 2-7 7-1 7-2
3.選取四片組件合成 4.選取六片組件合成  (二)如何把你思考的結果與大家分享： 想想看怎樣把你思考結果上台與大家分享  <b>【選取兩片組件的~~共4位同學，上台】</b>	PPT 自編講義 Soma 立方塊	10分	
(二)如何把你思考的結果與大家分享： 想想看怎樣把你思考結果上台與大家分享  <b>【選取兩片組件的~~共4位同學，上台】</b>	PPT 自編講義	5分	2-2
<b>四、老師的想法－Polya 問題解決四步驟(Polya，1956)：</b> 1.了解問題 2.擬訂計畫(選擇適當組件) 3.執行計畫(翻轉或旋轉以符合) 4.回顧與驗算(還有其他拼法嗎?)	PPT 自編講義 Soma 立方塊 Polya 問題解 決記錄紙	10分	8-2 5-2 2-3 2-4 2-5 2-6 2-7
<b>五、想一想如何把拼出來的成果給記下來(大家一看就知道要怎樣拼)</b> 1.讓別人一眼就看出怎樣拼 2.把先前組合過的正立方體記錄下來	PPT 自編講義 Soma 立方塊 結果記錄紙	5分	1-7 6-2

## 第二堂：教學研究

### 一、課程元素：

學習內容	
 學習內容	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能了解各組件特徵與樣式(包含翻轉後)</li><li>2. 能了解各組件編號(國際通用)</li><li>3. 能用簡單推理做小組件組合</li><li>4. 能了解 polya 問題解決思考方式</li></ol>
 內容導引	延續上週，各組件特徵與樣式後，導引至組件編號與小組件操作
 教學資源	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 自製 SOMA 方塊</li><li>2. 學習講義(教師自編)</li><li>3. PPT</li></ol>
 教學策略	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 教師提供問題(如：導引、活動五)</li><li>2. 學生解決問題與發表(如：活動一、活動三)</li><li>3. 教師歸納</li></ol>
 分組方式	無
 教學活動	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 小組件組合</li><li>2. 思考過程記錄分享</li></ol>
 延伸活動	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 如何將成果記錄下來</li><li>2. 小組件附錄練習題</li></ol>
 產品	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能完成小組件組成</li><li>2. 能完成思考歷程書面紀錄檔</li></ol>
 評量方式	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 完成小組件數量(含後面附錄練習題)</li><li>2. 思考歷程紀錄的完整性與推理過程</li></ol>

## 二、區分性特徵：

本章活動	區分性特質	評量指標
一	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「結果向度」調整之區分</li> <li>2. 允許學生以個別想像(興趣能力),形容各組件特色,允許學生用高層次思考(創造力)賦予各組件長像。</li> <li>3. 區分性指標屬於 5-1 與 2-1、5-3</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生形容樣式的數量</li> <li>2. 學生形容特色的合理性。</li> </ol>
二、四	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「內容向度」調整之區分</li> <li>2. 提供進階知識給學生</li> <li>3. 區分性指標屬於 4-1、4-4</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能了解各組件編碼</li> <li>2. 能了解 polya 思考步驟與歷程</li> </ol>
三	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「過程向度」調整之區分</li> <li>2. 允許學生依據合理推理選取出適當組件拼出圖形</li> <li>3. 區分性指標屬於 5-1</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能組出圖形</li> <li>2. 能利用 polya 歷程紀錄表</li> </ol>
五	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「結果向度」調整之區分</li> <li>2. 允許學生依據合理推理選取出適當成果記錄方式。</li> <li>3. 區分性指標屬於 4-1、5-1、5-2</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能想出合適記錄方式(符合自己能力或興趣)</li> </ol>

\* 區分性教學特徵指標請參照本教材第三頁－區分性教學特徵 (J. VanTassel-Baska)

**第三堂(40分，一節)－方塊記錄**

活動內容與流程	教具與資源	時間	指標
<b>壹、準備活動</b> 一、上週如何記錄 小組討論的結果	PPT 自編講義 Soma 立方塊	10分	8-2
<b>貳、發展活動</b> 二、介紹國際上記錄方式(孫文先，2003) (一) 國際上以此圖形的正投影作為圖形的基底， (二) 由最上層至最底層， (三) 逐一在相對位置上填入索瑪立方塊組件的編號 (四) 特殊圖形成果記錄 1. 補成長方體 2. 從上而下分層 3. 將組合出來的成果依照編碼將其記錄下來  (五) 區分性教學-(讓學生依自己空間能力選擇方法) 分三個層次，讓學生自己選擇完成記錄方式 1. 只看 PPT(學習單)的圖 (10分) 2. 看桌上拼好的方塊(不可碰) (6分) 3. 動手拆解方塊(2分)	PPT 自編講義 Soma 立方塊 成果記錄表	15分	2-2 2-5 6-1 7-1 7-2  5-3 5-1 3-3
<b>參、綜合活動</b> 三、SOMA 大闖關(從成果記錄紙組合出圖形) (一)正中央為 1 號~缺 0 格~~一分 (二)正中央為 4 號~缺 2 格~~二分 (三)正中央為 5 號~缺 3 格~~五分 (四)正中央為 6 號~缺 6 格~~七分 (五)正中央為 7 號~缺 10 格~~八分 *區分性教學-(讓學生依自己空間能力選擇方法)， 每人至少 10 分。 # 正中央不可能有 2 號或 3 號(吳鶴齡，2009)	PPT 自編講義 Soma 立方塊 成果記錄表	10分	2-2 5-1 6-1 7-1 7-2 8-2
四、正立方體大競賽 (一)比賽規則：看哪組用索瑪立方塊拼出來 3*3*3 的正立方體，並記錄下來的數目最多。 (二)即刻至下次上課前 (三)可注意觀察與歸納可能構成正立方體之原理	PPT 自編講義 Soma 立方塊	5分	2-2 3-4 8-2



## 第三堂：教學研究

### 一、課程元素：

學習內容	
 學習內容	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 了解成果記錄方式</li><li>2. 能將書面成果組合出來</li></ol>
 內容導引	延續上週，各組件記錄方式，導引至成果歷程紀錄
 教學資源	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 自製 SOMA 方塊</li><li>2. 學習講義(教師自編)</li><li>3. PPT</li></ol>
 教學策略	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 教師提供問題(如：導引、活動三、四)</li><li>2. 學生解決問題與發表(如：活動一)</li><li>3. 教師歸納</li></ol>
 分組方式	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 依學生空間能力(活動二，第五項)</li><li>2. 依據學生原班級成員分組(活動四)</li></ol>
 教學活動	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 選擇記錄方式(活動二，第五項)</li><li>2. Soma 大闖關(活動三)</li><li>3. 正立方體大競賽(活動四)</li></ol>
 延伸活動	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 從記錄紙中看到完成正立方體的條件</li></ol>
 產品	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能完成正立方體書面記錄</li><li>2. 能從正立方體書面記錄中拼出圖形</li></ol>
 評量方式	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 選擇記錄方式(活動二，第五項)</li><li>2. Soma 大大闖關(活動三)</li></ol>

## 二、區分性特徵：

本章活動	區分性特質	評量指標
一	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「結果向度」調整之區分</li> <li>2. 允許學生依據合理推理選取出適當成果記錄方式。</li> <li>3. 區分性指標屬於 4-1、5-1、5-2</li> </ol>	1. 能想出合適記錄方式 (符合自己能力或興趣)
二、三	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「過程向度」調整之區分</li> <li>2. 依據學生空間能力選取適當觀察方式</li> <li>3. 區分性指標屬於 2-3、3-1</li> </ol>	1. 依照層次完成所得分數
四	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「結果向度」調整之區分</li> <li>2. 讓學生藉由實際操作，記錄；並存中觀察出可能構成正立方體之原理</li> <li>3. 區分性指標屬於 2-2、6-2</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 記錄出且拼出來的數量</li> <li>2. 發現構成原理的數量</li> </ol>

\* 區分性教學特徵指標請參照本教材第三頁—區分性教學特徵 (J. VanTassel-Baska)

第四堂(40分，一節)－正立方體原理

活動內容與流程	教具與資源	時間	指標
<b>壹、準備活動</b> 一、請各小組發表上次成果 (一)找到幾_____組解 (二)小組中有發現重複的記錄嗎? (三)小組中，有發現怎樣構成正立方體的條件嗎?	PPT 自編講義 Soma 立方塊	10 分	8-2
<b>貳、發展活動</b> 二、老師實際操作翻轉，讓學生去發掘與歸納平面(記錄紙)的變化。	PPT 自編講義 Soma 立方塊	14 分	3-3 7-2 7-1
<b>參、綜合活動</b> 三、【3 號】與構成正立方體特性 1.引用學生報告時的發現大多屬於低層次，沒有抓到核心 2.引用 Polya 問題解決四步驟介紹數學家思考方式 3.介紹 3 號與組成正立方體的關係	PPT 自編講義 Soma 立方塊 成果記錄表	14 分	2-2 2-3 3-1 3-2 3-4 5-1
<b>四、延伸思考</b> 從數學家想法，是否能透過類比延伸去找到其他組件的特性	PPT 自編講義 Soma 立方塊	2 分	5-1 2-2

## 第四堂：教學研究

### 一、課程元素：

學習內容	
 學習內容	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 了解成果記錄中特性(如翻轉後的結果)</li><li>2. 能發現構成正立方體原理</li></ol>
 內容導引	延續上週，各組件記錄，導引至構成記錄特性與構成原理
 教學資源	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 自製 SOMA 方塊</li><li>2. 學習講義(教師自編)</li><li>3. PPT</li></ol>
 教學策略	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 教師實際操作(如：活動二)</li><li>2. 學生解決問題與發表(如：活動一)</li><li>3. 教師歸納</li></ol>
 分組方式	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 依據上週分組(活動一)</li></ol>
 教學活動	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 教師實際操作(活動二)</li><li>2. 學生發表(活動三)</li></ol>
 延伸活動	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能從教師提供的方法，推理出其他構成之原理</li></ol>
 產品	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 能從實際操作中觀察並記錄結果(活動二、活動三)</li></ol>
 評量方式	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 各小組發表記錄數量與正確性(活動一)</li><li>2. 依據學生觀察記錄結果(活動二、活動三)</li></ol>

## 二、區分性特徵：

本章活動	區分性特質	評量指標
一	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「結果向度」調整之區分</li> <li>2. 讓學生藉由實際操作，記錄；並從中觀察出可能構成正立方體之原理</li> <li>3. 區分性指標屬於 2-2、6-2</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 記錄出且拼出來的數量</li> <li>2. 發現構成原理的數量</li> </ol>
二、三	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「過程向度」調整之區分</li> <li>2. 依據實際操作，讓學生從實驗中依據其學習特質觀察其結果。</li> <li>3. 區分性指標屬於 4-2、6-3</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 依照其觀察記錄結果的邏輯及推理正確性</li> </ol>
四	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本活動屬於「內容向度」調整之區分</li> <li>2. 給予學生有關概念，引導學生去發掘、推理相關構成原理</li> <li>3. 區分性指標屬於 4-2、6-1</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 依照其結邏輯及推理正確性</li> <li>2. 依其發現數量</li> </ol>

\* 區分性教學特徵指標請參照本教材第三頁－區分性教學特徵（J. VanTassel-Baska）

## 參考資料

- Berlekamp, E. R. 、 Conway, J. H. 、 Guy, R. K. (2004) 。 Winning ways for your mathematical plays 。 Natick, Mass. : A.K. Peters 。
- Gardner, M. (2008) 。 Origami, eleusis, and the soma cube 。 New York : Cambridge University Press 。
- Polya, G. (1956) 。 怎樣解題 (How to solve it :A new aspect of mathematical method,2nd ed ) (蔡坤憲譯) 。 臺北：大和總經銷。
- 吳昆壽 (2009) 。 資優教育概論(第二版) 。 臺北：心理。
- 吳德邦;馬秀蘭;李懿芳 (2007) 。 編製吳-馬-李氏 van hiele 立體幾何思考層次測驗之歷程。測驗統計年刊，下 (15)，15-42。
- 吳鶴齡 (2009) 。 七巧板、九連環和華容道-中國古典智力遊戲三絕。北京：科學出版社。
- 孫文先 (2003) 。 索瑪天地-索瑪立方塊操作手冊。臺北：九章出版社。